TELECOMUNICAZIONI terzo appello (Prati) - 5 Settembre 2008

La prima parte degli esercizi presenta una difficolta' minore rispetto alle successive: se s'incontrano difficolta' nello svolgere un esercizio si consiglia di passare al successivo e rimandare le difficolta'.
ATTENZIONE!!: DOPO LA VALUTAZIONE DELLO SCRITTO ALCUNI STUDENTI POTRANNO ESSERE CONVOCATI PER UN BREVE COLLOQUIO ORALE
Il tempo massimo per lo svolgimento della prova e' 2h.

ESERCIZIO 1

Sia dato un sistema LTI con risposta all'impulso $h(t)=\frac{\sin \pi Bt}{\pi t}\sin \pi Bt$.

a - Si traccino i grafici di modulo e fase della risposta in frequenza $H(f)$.

b - Si calcoli l'uscita del sistema quando all'ingresso si pone il segnale $x(t)=\frac{\sin \pi Bt}{\pi t}$

ESERCIZIO 2

Sia dato il segnale tempo continuo $x(t)=\sin\left[2\pi\left(t-\frac{1}{8}\right)\right]$. Questo segnale viene campionato con l'intervallo di campionamento $T=\frac{2}{3}$ s.

a - Si calcoli la trasformata di Fourier del segnale campionato.
b – Si trovi l'espressione del segnale tempo continuo ricostruito dal segnale campionato.
c – Su quanti campioni si puo' calcolare la DFT del segnale campionato perche' la sequenza trasformata contenga solo 2 campioni non nulli?.

ESERCIZIO 3

Sia dato il processo casuale discreto, stazionario x_n. I campioni del processo possono assumere solo valori interi compresi tra 1 e 5 con la medesima probabilita' e sono tra loro indipendenti.

a - Si scriva l'espressione della funzione di autocorrelazione del processo dato e se ne calcoli la potenza.
b - Il processo x_n viene filtrato con la risposta all'impulso h_n producendo in uscita il processo y_n. Sapendo che la cross-correlazione tra uscita e ingresso e' $R_{yx}[m]=2\delta_m+2\delta_{m-1}+18$, si trovi l'espressione della risposta all'impulso h_n del filtro.

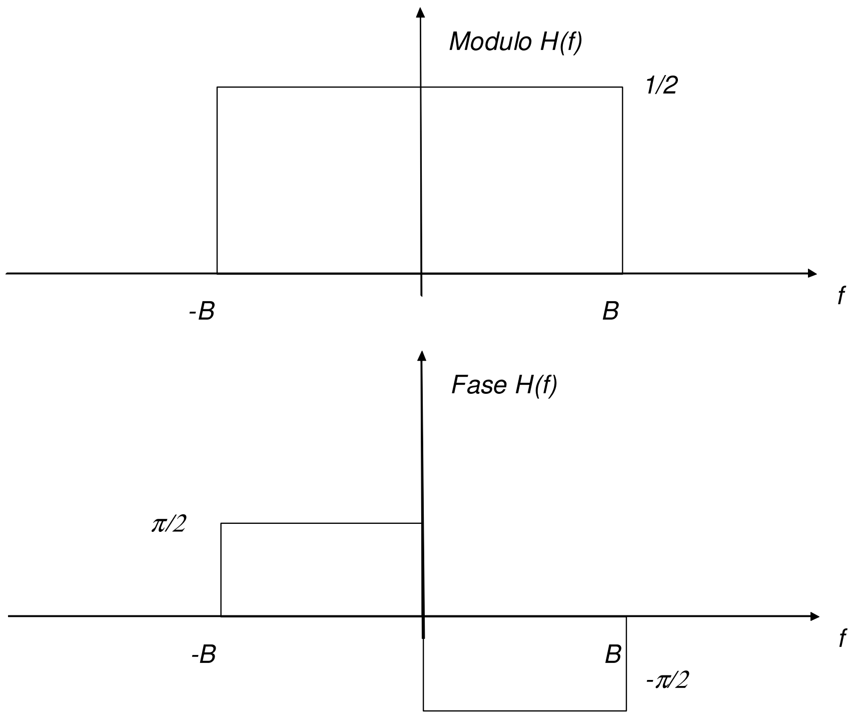
TELECOMUNICAZIONI terzo appello (Prati) – 5 Settembre 2008

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

a – La risposta in frequenza e'

$$H(f) = -\frac{j}{2} rect\left(\frac{f}{B} - \frac{1}{2}\right) + \frac{j}{2} rect\left(\frac{f}{B} + \frac{1}{2}\right)$$



b – Il segnale *x(t)* ha come trasformata $X(f) = rect\left(\frac{f}{B}\right)$

L'uscita e' dunque: $h(t) = \dfrac{\sin \pi \frac{B}{2} t}{\pi t} \sin \pi \frac{B}{2} t$

ESERCIZIO 2

a - Il segnale dato puo' essere scritto come:

$$x(t)=\sin\left[2\pi\left(t-\frac{1}{8}\right)\right]=\frac{j}{2}\left[\exp\left\{-j2\pi\left(t-\frac{1}{8}\right)\right\}-\exp\left\{j2\pi\left(t-\frac{1}{8}\right)\right\}\right]=$$

$$=\frac{j}{2}\left[\exp\{-j2\pi t\}\exp\left\{j\frac{\pi}{4}\right\}-\exp\{j2\pi t\}\exp\left\{-j\frac{\pi}{4}\right\}\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\exp\left\{j\frac{\pi}{2}\right\}\left[\exp\{-j2\pi t\}\exp\left\{j\frac{\pi}{4}\right\}-\exp\{j2\pi t\}\exp\left\{-j\frac{\pi}{4}\right\}\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\exp\{-j2\pi t\}\exp\left\{j\frac{3\pi}{4}\right\}-\frac{1}{2}\exp\{j2\pi t\}\exp\left\{j\frac{\pi}{4}\right\}$$

La trasformata di Fourier del segnale e' data da

$$X(f)=\frac{1}{2}\exp\left\{j\frac{3\pi}{4}\right\}\delta(f+1)-\frac{1}{2}\exp\left\{j\frac{\pi}{4}\right\}\delta(f-1)$$

A causa dell'alias la trasformata del segnale campionato e':

$$X(f)=-\frac{3}{4}\exp\left\{j\frac{\pi}{4}\right\}\delta\left(f+\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{4}\exp\left\{j\frac{3\pi}{4}\right\}\delta\left(f-\frac{1}{2}\right)$$ periodica di periodo $\frac{3}{2}$.

b –L'espressione del segnale tempo continuo ricostruito dal segnale campionato e':

$$x(t)=-\frac{1}{2}\exp\{-j\pi t\}\exp\left\{j\frac{\pi}{4}\right\}+\frac{1}{2}\exp\{j\pi t\}\exp\left\{j\frac{3\pi}{4}\right\}=$$

$$=-\frac{1}{2}\exp\left\{j\frac{\pi}{2}\right\}\left[\exp\{-j\pi t\}\exp\left\{-j\frac{\pi}{4}\right\}-\exp\{j\pi t\}\exp\left\{j\frac{\pi}{4}\right\}\right]=$$

$$=-\frac{j}{2}\left[-2j\sin\left(\pi t+\frac{\pi}{4}\right)\right]=-\sin\left(\pi\left(t+\frac{1}{4}\right)\right)$$

c –Multiplo di 3.

ESERCIZIO 3

a – Dai dati del problema:

$$m_x = \frac{1}{5}(1+2+3+4+5) = 3$$

$$E[x^2] = \frac{1}{5}(1+4+9+16+25) = 11$$

$$R_x[m] = 9 + 2\delta_m$$

b - La cross-correlazione dell'uscita con l'ingresso e' data in generale dalla nota formula:

$$R_{yx}[m] = R_x[m] * h_m = (2\delta_m + 9) * h_m = 2\delta_m + 2\delta_{m-1} + 18$$

Dalla formula precedente e' facile verificare che

$$h_m = \delta_m + \delta_{m-1}$$