TELECOMUNICAZIONI secondo appello (Prati) - 18 Luglio 2008

La prima parte degli esercizi presenta una difficolta' minore rispetto alle successive: se s'incontrano difficolta' nello svolgere un esercizio si consiglia di passare al successivo e rimandare le difficolta'.
ATTENZIONE!!: DOPO LA VALUTAZIONE DELLO SCRITTO ALCUNI STUDENTI POTRANNO ESSERE CONVOCATI PER UN BREVE COLLOQUIO ORALE
Il tempo massimo per lo svolgimento della prova e' 2h.

ESERCIZIO 1

Sia dato un sistema LTI con risposta all'impulso $h(t) = \dfrac{\sin \frac{\pi}{T}(t-T)}{\pi(t-T)}$

a - Si tracci il grafico della risposta in frequenza $H(f)$.

b - Si calcoli l'uscita del sistema quando all'ingresso si pone il segnale $x(t) = \cos\left(\dfrac{\pi}{4T}t + \dfrac{\pi}{4}\right)$

ESERCIZIO 2

Sia dato il segnale tempo continuo $x(t) = \cos^2\left(\dfrac{2\pi}{T_o}t\right)$

a - Si calcoli il massimo valore dell'intervallo di campionamento T per evitare alias in frequenza.

b – Si campioni il segnale dato con intervallo di campionamento $T = \dfrac{4}{9}T_o$ e si calcoli la trasformata di Fourier del segnale campionato in frequenza e in frequenza normalizzata (consiglio: utilizzate i grafici della trasformata di Fourier).

c - Si calcoli la DFT dei primi 36 campioni del segnale campionato.

ESERCIZIO 3

Sia dato il processo casuale discreto, stazionario e bianco x_n. La distribuzione delle ampiezze e' uniforme tra 4 e 6.

a - Si scriva l'espressione della densita' spettrale di potenza del processo dato.

b - Si calcoli l'autocorrelazione del processo casuale $y_n = x_n - x_{n-1}$

c - Si supponga che tutti i valori di x_n maggiori di 5 vengano sistematicamente posti a 0. Si calcoli la potenza del processo casuale risultante.

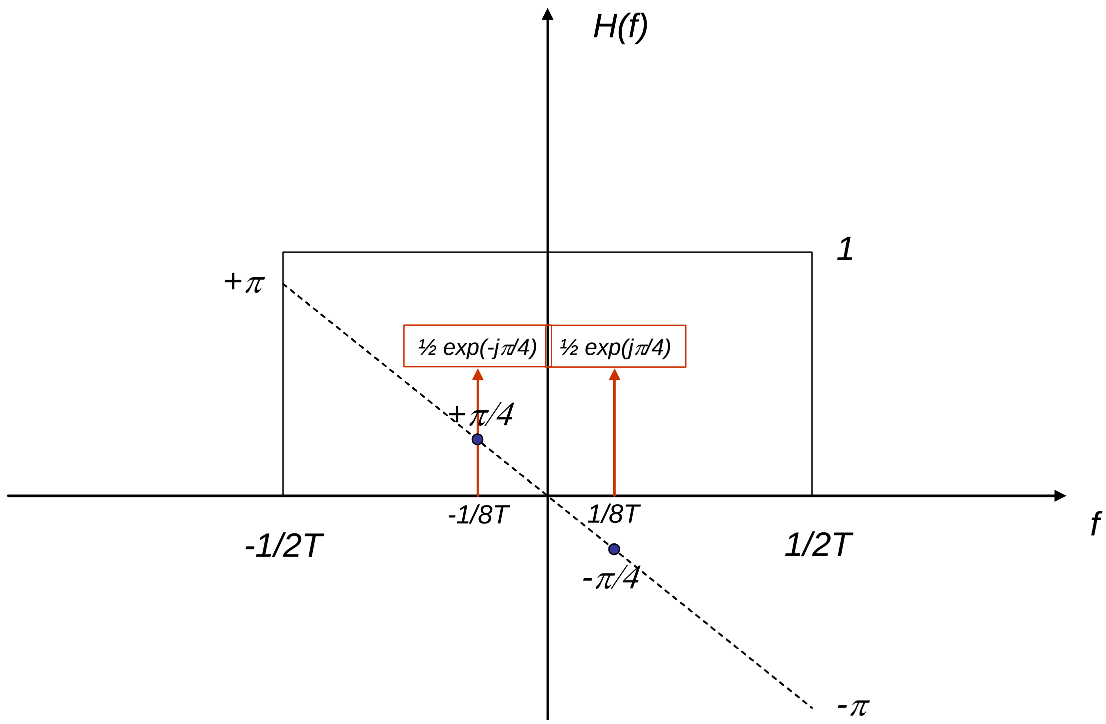
TELECOMUNICAZIONI secondo appello (Prati) - 18 Luglio 2008

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

a – La risposta in frequenza e'

$H(f) = rect(tT)\exp\{-j2\pi fT\}$



b – Il segnale *x(t)* ha come trasformata i 2 impulsi mostrati in figura, quindi: $y(t) = \cos\left(\frac{\pi}{4T}t\right)$

ESERCIZIO 2

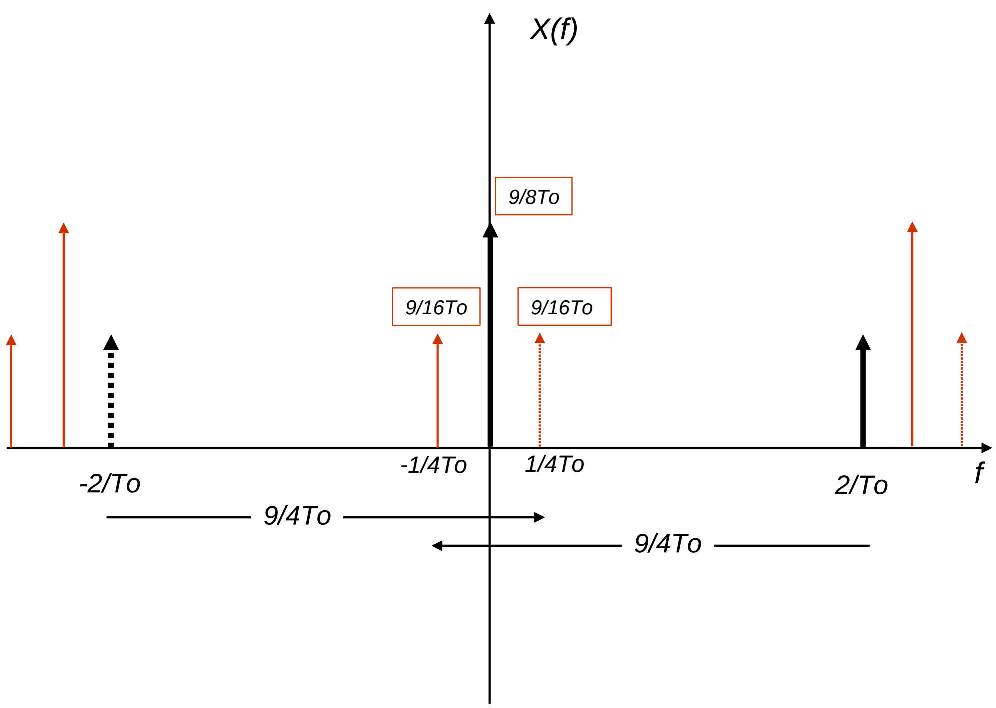
a - La trasformata di Fourier del segnale e' data da

$$X(f)=\frac{1}{4}\delta\left(f+\frac{2}{T_o}\right)+\frac{1}{2}\delta(f)+\frac{1}{4}\delta\left(f-\frac{2}{T_o}\right)$$

La minima frequenza di campionamento per evitare alias e' quindi $\frac{4}{T_o}$ e il massimo intervallo di campionamento vale $T=\frac{T_o}{4}$.

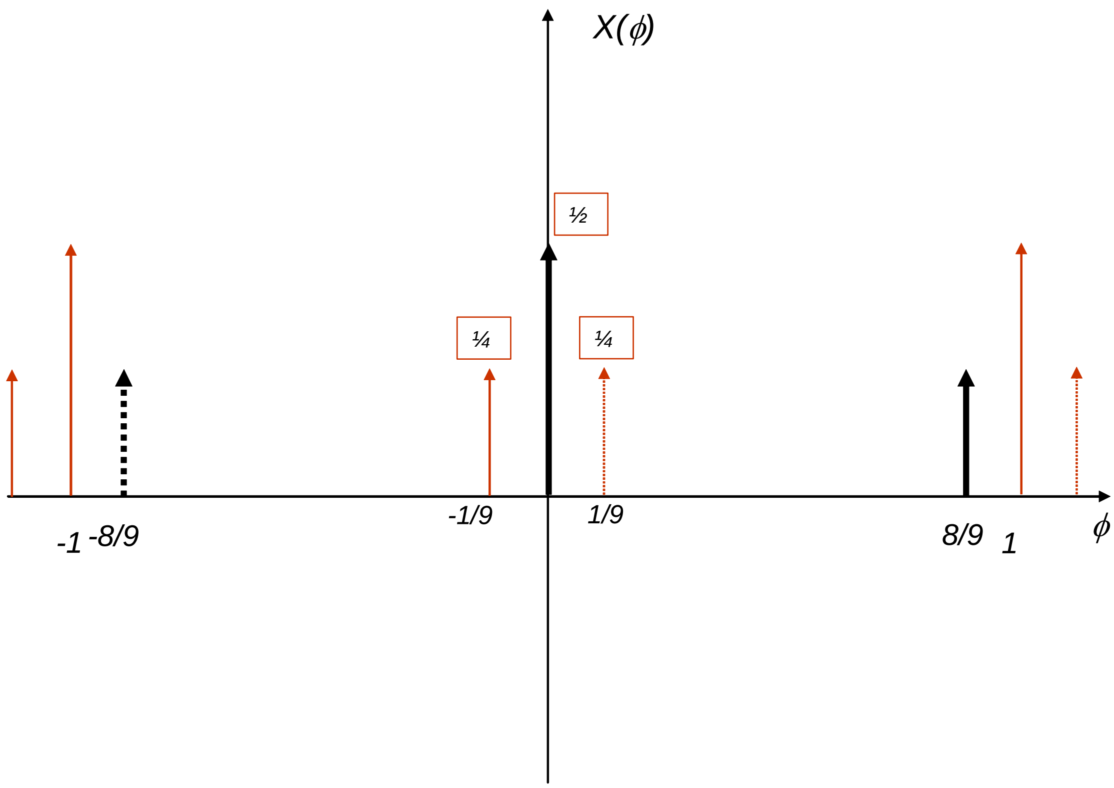
b –Campionando con intervallo di campionamento $T=\frac{4}{9}T_o$ s'introduce alias in frequenza. Il risultato dell'alias e' mostrato nella figura seguente. La trasformata del segnale campionato vale:

$\tilde{X}(f)=\frac{9}{16T_o}\delta\left(f+\frac{1}{4T_o}\right)+\frac{9}{8T_o}\delta(f)+\frac{9}{16T_o}\delta\left(f-\frac{1}{4T_o}\right)$ periodica di periodo $\frac{9}{4T_o}$



Per passare alla frequenza normalizzata e' sufficiente moltiplicare l'asse delle frequenze per $T = \frac{4}{9}T_o$ e scalare l'area degli impulsi della stessa quantita':

$\tilde{X}(\phi) = \frac{1}{4}\delta\left(\phi + \frac{1}{9}\right) + \frac{1}{2}\delta(\phi) + \frac{1}{4}\delta\left(\phi - \frac{1}{9}\right)$ periodica di periodo 1.



b –Come si vede dal punto precedente o anche semplicemente campionando il segnale continuo, il segnale discreto e' costituito da una costante ½ piu' una cosinusoide a frequenza normalizzata 1/9 di ampiezza ½. In 36 campioni ci stanno esattamente 4 cicli di sinusoide e dunque:

$$X_k = 18\delta_k + 9\delta_{k-4} + 9\delta_{k-32}$$

<u>ESERCIZIO 3</u>

a – Dai dati del problema il valor medio del processo e' 5 e la sua varianza 1/3.

$$S_x(\phi) = 25\delta(\phi) + \frac{1}{3}rect(\phi)$$

$$R_x[m] = 25 + \frac{1}{3}\delta_m$$

b - L'autocorrelazione dell'uscita si trova e' data in generale dalla nota formula:

$$R_y[m] = R_x[m] * h_m * h_{-m} = \left(25 + \frac{1}{3}\delta_m\right) * \left(-\delta_{m+1} + 2\delta_m - \delta_{m-1}\right) = \frac{1}{3}\left(-\delta_{m+1} + 2\delta_m - \delta_{m-1}\right)$$

c - La densita' di probabilita' del processo modificato ha un impulso nell'origine di area ½ e una parte uniforme tra 4 e 5 di ampiezza ½. La potenza del processo coincide con il suo valore quadratico medio che vale:

$$E\left[x_n^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} a^2 p_x(a)da = \frac{1}{2}\int_4^5 a^2 da = \frac{1}{2}\frac{a^3}{3}\Bigg|_4^5 = \frac{1}{2}\left(\frac{125}{3} - \frac{64}{3}\right) = \frac{61}{6}$$