TELECOMUNICAZIONI quarto appello (Prati) – 4 Febbraio 2009

La prima parte degli esercizi presenta una difficolta' minore rispetto alle successive: se s'incontrano difficolta' nello svolgere un esercizio si consiglia di passare al successivo e rimandare le difficolta'.
ATTENZIONE!!: DOPO LA VALUTAZIONE DELLO SCRITTO ALCUNI STUDENTI POTRANNO ESSERE CONVOCATI PER UN BREVE COLLOQUIO ORALE
Il tempo massimo per lo svolgimento della prova e' 2h.

ESERCIZIO 1

Sia dato un sistema LTI con risposta all'impulso $h(t) = \dfrac{\sin \pi B(t-\tau)}{\pi(t-\tau)}$.

a - Si traccino i grafici di modulo e fase della risposta in frequenza $H(f)$.

b - Si calcoli l'uscita del sistema quando all'ingresso si pone il segnale $x(t) = \cos\left(\pi \dfrac{B}{2} t\right) + \sin\left(4\pi \dfrac{B}{3} t\right)$

ESERCIZIO 2

Sia dato il segnale tempo continuo $x(t) = \cos(2\pi t)\cos(4\pi t)$. Questo segnale viene campionato con l'intervallo di campionamento $T = \dfrac{1}{4}$ s.

a - Si calcoli la trasformata di Fourier del segnale campionato.
b – Si trovi l'espressione del segnale tempo continuo ricostruito dal segnale campionato.
c –Si calcoli la DFT dei primi 100 campioni del segnale campionato.

ESERCIZIO 3

Sia dato il processo casuale discreto x_n, stazionario, bianco gaussiano con valor medio unitario e potenza 10.

a - Si scrivano l'espressioni della funzione di autocorrelazione e di autocovarianza del processo dato.
b - Il processo x_n passa attraverso ad un sistema Lineare Tempo Invariante con risposta in frequenza $H(f) = 1 + \cos(2\pi f)$. Si calcoli e si tracci il grafico della densita' spettrale di potenza del processo y_n in uscita dal sistema LTI.
c - Si calcolino valor medio e varianza del processo y_n in uscita dal sistema LTI.

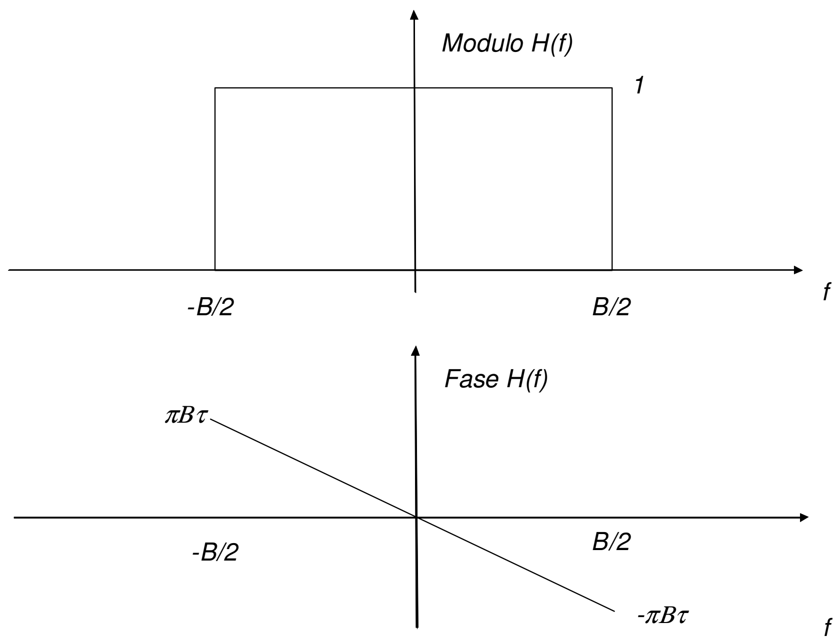
TELECOMUNICAZIONI quarto appello (Prati) – 4 Febbraio 2009

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

a – La risposta in frequenza e'

$$H(f) = rect\left(\frac{f}{B}\right)\exp\{-j2\pi f\tau\}$$



b – Il segnale *x(t)* e' formato da 2 impulsi a frequenza B/4 e 2 impulsi a frequenza 2B/3 che vengono annullati dalla risposta in frequenza del sistema. L'uscita e' dunque:

$$y(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2}B(t-\tau)\right)$$

ESERCIZIO 2

a - La trasformata di Fourier del segnale e' data da

$$X(f) = \left[\frac{1}{2}\delta(f+1)+\frac{1}{2}\delta(f-1)\right]*\left[\frac{1}{2}\delta(f+2)+\frac{1}{2}\delta(f-2)\right] = \frac{1}{4}\delta(f+1)+\frac{1}{4}\delta(f-1)+\frac{1}{4}\delta(f+3)+\frac{1}{4}\delta(f-3)$$

A causa dell'alias la trasformata del segnale campionato e':

$X(f) = 2\delta(f+1)+2\delta(f-1)$ periodica di periodo 4.

b –L'espressione del segnale tempo continuo ricostruito dal segnale campionato si ottiene filtrando passa basso tra -2 e 2 con un filtro di ampiezza ¼. Si ottiene dunque:

$$x(t) = \cos(2\pi t)$$

c – . $X_k = 50\delta_{k-25} + 50\delta_{k-75}$

ESERCIZIO 3

a – Dai dati del problema:

$$R_x[m] = 1 + 9\delta_m$$
$$C_x[m] = 9\delta_m$$

b - La densita' spettrale di potenza dell'uscita si ricava dalla nota formula:

$$S_y(f) = S_x(f)|H(f)|^2 = (\delta(f) + 9)(1 + \cos(2\pi f))^2 = 4\delta(f) + 9(1 + \cos(2\pi f))^2$$

b - Il valor medio dell'uscita e' 2 (radice dell'area dell'impulso nell'origine) e la varianza si trova come:

$$\sigma_y^2 = \int_{-1/2}^{1/2} 9(1 + \cos(2\pi f))^2 df = 9\int_{-1/2}^{1/2} 1 + 2\cos(2\pi f) + \cos^2(2\pi f) df = 27/2$$