SEGNALI PER LE TELECOMUNICAZIONI (Prati)
appello del 24 Settembre 2012

La prima parte degli esercizi presenta una difficolta' minore rispetto alle successive: se s'incontrano difficolta' nello svolgere un esercizio si consiglia di passare al successivo e rimandare le difficolta'.
Il tempo massimo per lo svolgimento della prova e' 2h e 00min.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema LTI che ha la seguente risposta all'impulso:

$$h(t)=\frac{\sin\pi 50(t-1)}{\pi(t-1)}-2\frac{\sin\pi 30t}{\pi t}\cos(2\pi 65t)$$

a [6] - Si traccino i grafici di modulo e fase della risposta in frequenza.
b [6] - Si calcoli l'espressione dell'uscita del sistema dato quando all'ingresso viene posto il segnale $x(t)=\frac{\sin\pi 80(t+1)}{\pi(t+1)}$.

ESERCIZIO 2

Sia dato il segnale tempo continuo $x(t)=\sin(2\pi f_o t+\vartheta)$ che viene campionato con frequenza di campionamento $f_s=f_o$.

a [4] – Si calcoli la trasformata di Fourier del segnale $x(t)$.
b [4] – Si tracci il grafico della trasformata di Fourier del segnale campionato x_n.
c [4] – Si trovi l'espressione della DFT dei primi 100 campioni di x_n.

ESERCIZIO 3

Sia dato il processo casuale stazionario $x(t)$ con densità di probabilità delle ampiezze uniforme tra -10 e 20, autocovarianza triangolare e tempo di decorrelazione di 1 secondo.
a [6] – Si trovi l'espressione della densità spettrale di potenza del processo $x(t)$.
b [6] – Il processo $x(t)$ viene campionato ad intervalli regolari di 2 secondi. I campioni così ottenuti passano attraverso un dispositivo non lineare che restituisce in uscita un campione unitario se l'ingresso è positivo e un campione uguale a -1 se l'ingresso e' negativo.
Si trovi valor medio, varianza, autocorrelazione e potenza del processo casuale così ottenuto.

TELECOMUNICAZIONI appello del 24 Settembre 2012

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

a – Modulo e fase della risposta in frequenza sono mostrate in figura 1.

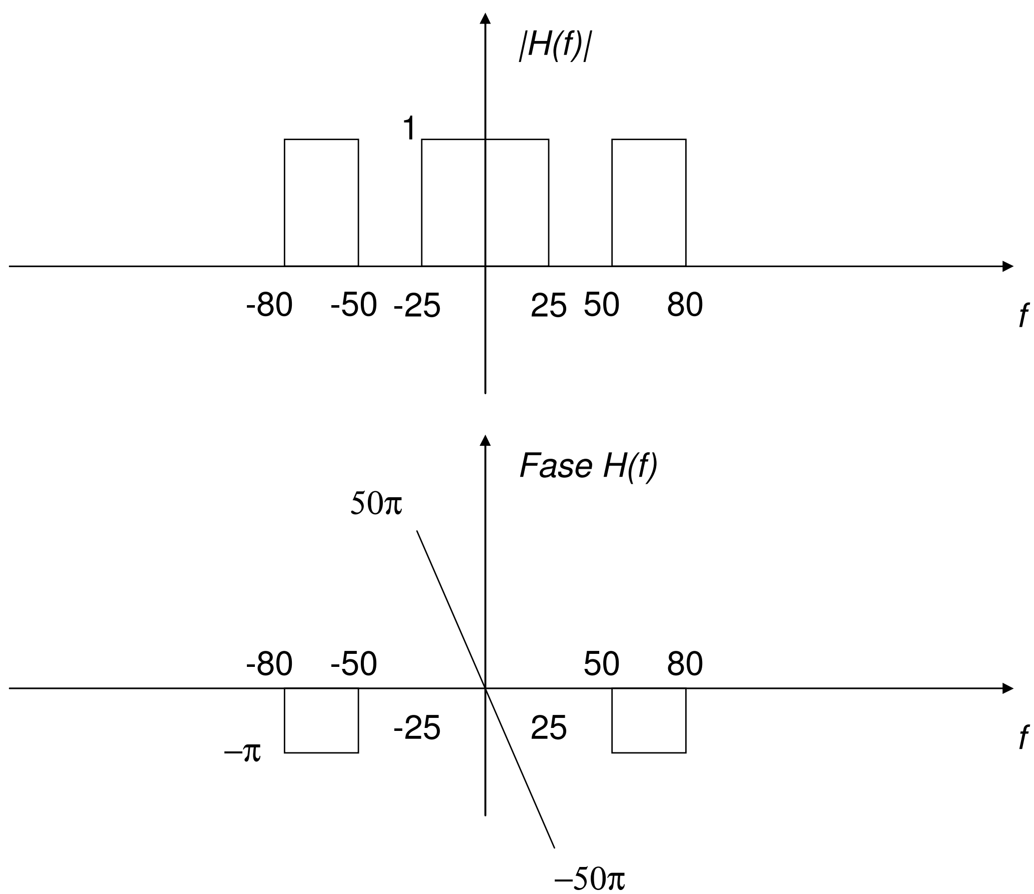

Figura 1

b - La trasformata di Fourier del segnale d'ingresso e' mostrata in figura 2.

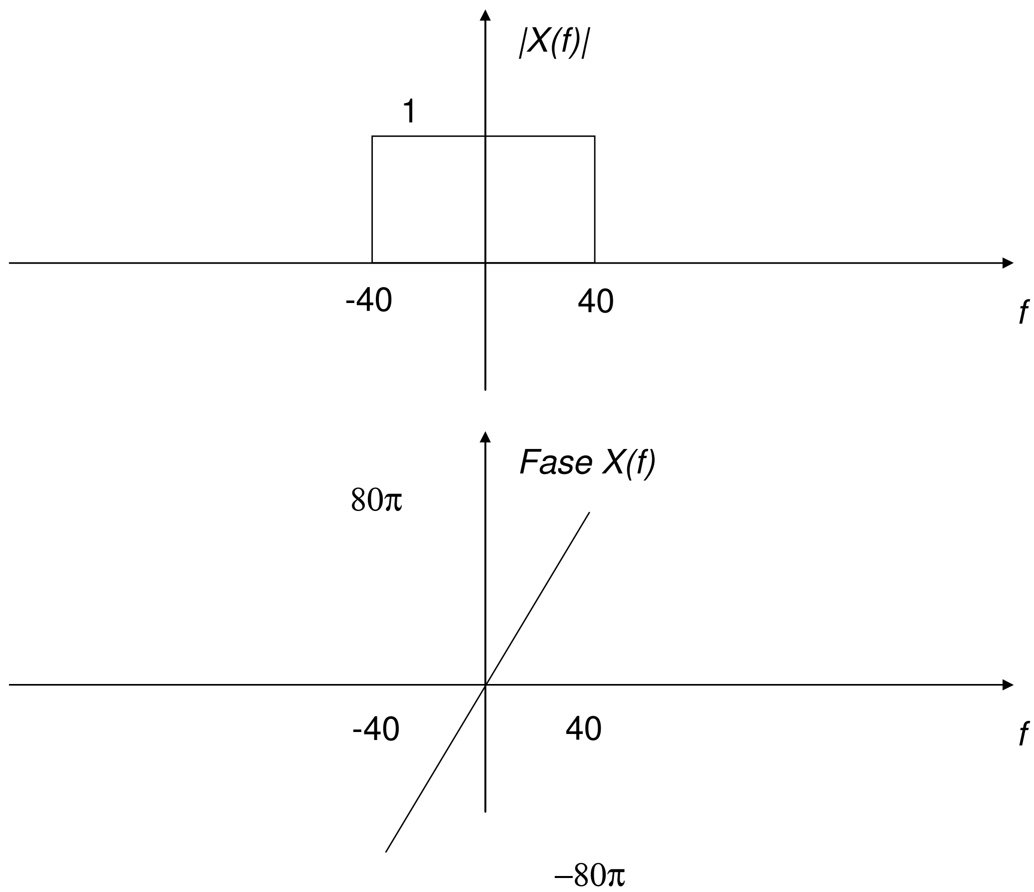

Figura 2

La trasformata dell'uscita $Y(f) = X(f) \cdot H(f)$ è dunque un rettangolo di banda 50Hz a fase nulla e il segnale di uscita ha la seguente espressione:

$$y(t) = \frac{\sin \pi 50 t}{\pi t}$$

ESERCIZIO 2

a - La trasformata di Fourier del segnale dato è:

$$X(f) = \frac{j}{2}\left[\delta(f + f_o)e^{-j\vartheta} - \delta(f - f_o)e^{j\vartheta}\right]$$

b – Campionando con frequenza di campionamento $f_s = f_o$ s'introduce alias in frequenza ottenendo la seguente trasformata di Fourier:

$$X_c(f) = f_o \cdot \sum_k \frac{j}{2}\left[e^{-j\vartheta} - e^{j\vartheta}\right]\delta(f - kf_o) = f_o \sin(\vartheta) \cdot \sum_k \delta(f - kf_o)$$

In frequenza normalizzata si ottiene:

$$X(\phi) = \sin(\vartheta) \cdot \sum_k \delta(\phi - k)$$

c – Dunque il segnale discreto è una costante $x_n = \sin(\vartheta)$ come, peraltro, si ricava immediatamente sostituendo al tempo continuo quello discreto:

$$x_n = x(nT) = \sin\left(2\pi f_o \frac{n}{f_o} + \vartheta\right) = \sin(2\pi + \vartheta) = \sin(\vartheta)$$

La DFT dei primi 100 campioni di x_n è dunque: $X_k = 100 \sin(\vartheta)\delta_k$

ESERCIZIO 3

a – Dai dati del problema:

$$\sigma_x^2 = 75$$
$$m_x = 5$$
$$R_x(\tau) = 75 \cdot rect(\tau) * rect(\tau) + 25$$

Da cui l'espressione della densità spettrale di potenza:

$$S_x(f) = 75 \cdot \left(\frac{\sin \pi f}{\pi f}\right)^2 + 25\delta(f)$$

b - A passo 2 secondi i campioni sono indipendenti. La probabilità che il campione sia positivo/negativo vale 2/3 e 1/3. Quindi il valor medio è 1/3, la varianza vale 8/9 e l'autocorrelazione:

$$R_x[m] = \frac{8}{9}\delta_m + \frac{1}{9}$$