SEGNALI PER LE TELECOMUNICAZIONI prova del 25 Giugno 2014

La prima parte degli esercizi presenta una difficolta' minore rispetto alle successive: se s'incontrano difficolta' nello svolgere un esercizio si consiglia di passare al successivo e rimandare le difficolta'.
Il tempo massimo per lo svolgimento della prova e' 2h e 15min.
I punteggi indicano il peso relativo dell'esercizio.

ESERCIZIO 1

Sia dato un sistema LTI con risposta all'impulso $h(t)=\left(\frac{\sin\left(4\pi\left(t-\frac{1}{8}\right)\right)}{\pi\left(t-\frac{1}{8}\right)}\right)\cos(10\pi t)$.

a [6/30]- Si tracci il grafico della risposta in frequenza *H(f)*

b [4/30]- Si calcoli l'espressione della seguente convoluzione $y(t)=[\cos(8\pi t)+\cos(12\pi t)]*h(t)$.

ESERCIZIO 2

Si consideri il segnale $x(t)=\left(\frac{\sin(4\pi t)}{\pi t}\right)(1-\cos(20\pi t))$

a [6/30]- Si tracci il grafico della Trasformata di Fourier del segnale $x_n = x\left(\frac{n}{13}\right)$

b [4/30]- Si calcoli l'espressione del segnale tempo continuo ricostruito dai campioni di x_n.

ESERCIZIO 3

Sia dato il processo casuale $x(t)$ stazionario, continuo, bianco nella banda $-\frac{B}{2}\leq f \leq \frac{B}{2}$. I valori del processo casuale distanti tra loro un qualsiasi multiplo intero di $10ms$ sono tra loro incorrelati. Inoltre si sa che la densità di probabilità delle ampiezze $p_x(a)$ è costante nell'intervallo $5\leq a\leq 7$.

a [6/30]- Si scriva l'espressione della funzione di autocorrelazione del processo dato.

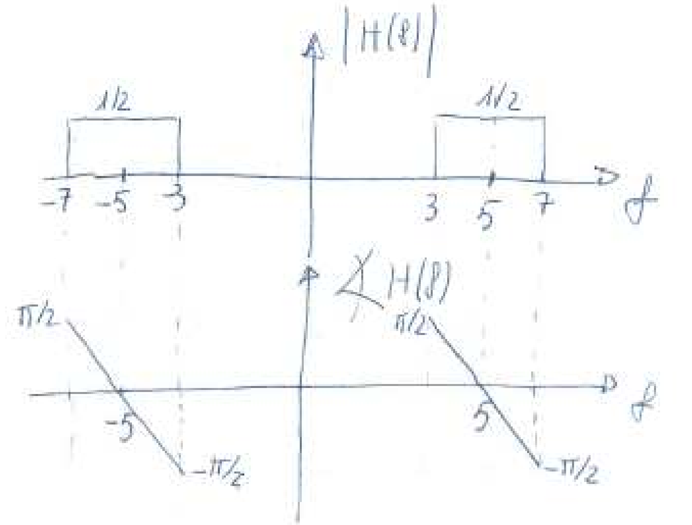
b [6/30]– Il processo $x(t)$ viene filtrato passa-basso con un filtro la cui risposta in frequenza ha la seguente espressione: $H(f)=rect\left(\frac{f}{20}\right)\sqrt{10-|f|}$.
Si calcoli l'autocorrelazione e la potenza del processo casuale filtrato.

TELECOMUNICAZIONI prova del 25 Giugno 2014

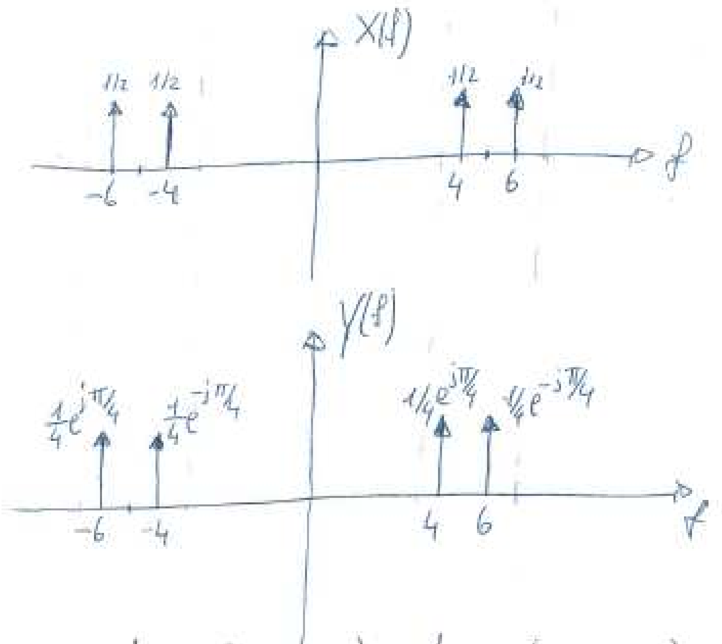
SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

a)



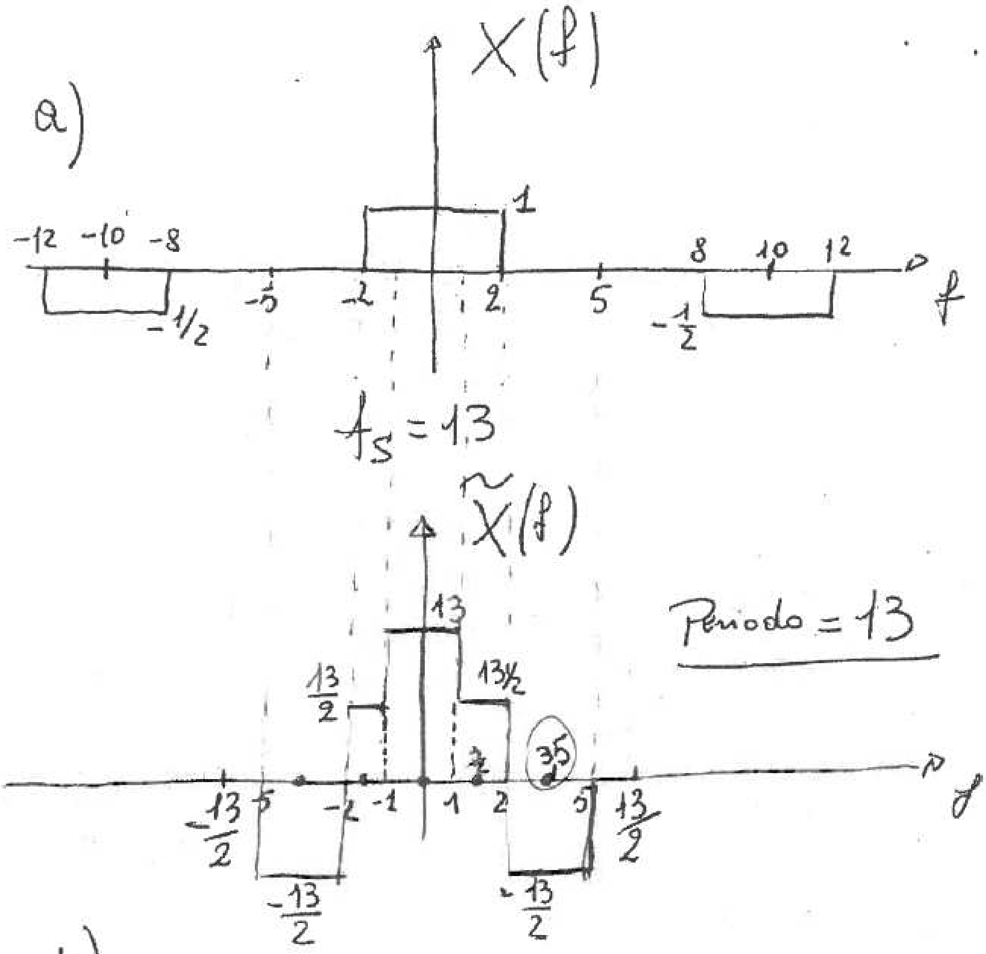
b)



$$y(t) = \frac{1}{2}\cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}\cos\left(12\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

ESERCIZIO 2

a)



b)

$$\hat{x}(t) = \frac{\sin \pi 2t}{\pi t} + \frac{\sin \pi t}{\pi t} \cos\left(2\pi \frac{3}{2} t\right) + \frac{\sin \pi 3t}{\pi t} \cdot \cos\left(2\pi \cdot 3{,}5\, t\right)$$

ESERCIZIO 3

a – IL processo è bianco in una banda limitata quindi l'autocorrelazione è data da un seno cardinale più eventualmente una costante uguale al valor medio del processo al quadrato. Il valor medio del processo si ricava dalla densità di probabilità delle ampiezze $p_x(a)$ e vale 6. I campioni del processo sono tra loro incorrelati a passo di $10ms$ quindi gli zeri del sinc si trovano a passo di $10ms$ ($B = 1/10^{-2} = 100Hz$). L'autocorrelazione in zero è uguale al valore quadratico medio che si ricava ancora dalla densità di probabilità delle ampiezze $p_x(a)$ e vale $E[x^2] = \frac{1}{3} + 36$ e quindi la funzione di autocorrelazione ha la seguente forma:

$$R_x(\tau) = \frac{1}{300}\frac{\sin \pi 100\tau}{\pi\tau} + 36$$

b - La densità spettrale di potenza dell'uscita si calcola come:

$$S_y(f) = S_x(f)|H(f)|^2 = \left[\frac{1}{300} rect\left(f/100\right) + 36\delta(f)\right]\left(rect\left(f/20\right)\sqrt{10-|f|}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{300} rect\left(f/20\right)(10-|f|) + 360\delta(f)$$

Dalla densità spettrale di potenza si ricava l'autocorrelazione che vale:

$$R_y(\tau) = \frac{1}{300}\left(\frac{\sin \pi 10\tau}{\pi\tau}\right)^2 + 360$$

Infine la potenza è data dall'autocorrelazione in zero e vale $R_y(0) = \frac{1}{3} + 360$